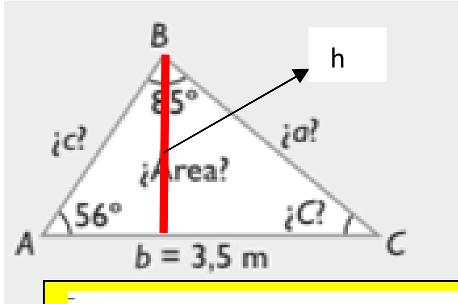
**9 de enero de 2019**




## 4. Resolución de triángulos no rectángulos

**38** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $b = 3{,}5$ m, $A = 56°$ y $B = 85°$

$\text{Área} = \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot \text{ sen } C$

$\text{sen } C = h/a \Rightarrow h = a \cdot \text{sen } C$

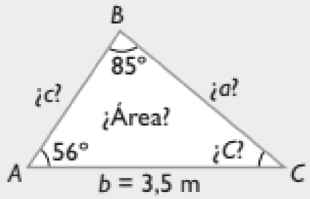
También se puede ver que :

$\text{sen } A = h/c \Rightarrow h = c \cdot \text{sen } A$

Y de ello se concluye que $\text{Área} = \frac{1}{2} b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{ sen } A$

Pág. 90 del libro

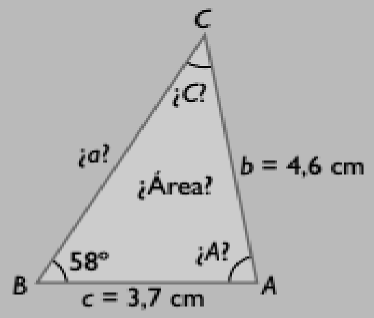
**Solución:**




| Datos | Incógnitas | Fórmulas | Resolución |
|---|---|---|---|
| $b = 3{,}5$ m<br>$A = 56°$<br>$B = 85°$ | $C$ | $C = 180° - (A + B)$ | $C = 180° - (56° + 85°) = 39°$ |
| | $a$ | $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} \Rightarrow a = \frac{b \cdot \text{sen } A}{\text{sen } B}$ | $a = \frac{3{,}5 \cdot \text{sen } 56°}{\text{sen } 85°} = 2{,}91$ cm |
| | $c$ | $\frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C} \Rightarrow c = \frac{b \cdot \text{sen } C}{\text{sen } B}$ | $c = \frac{3{,}5 \cdot \text{sen } 39°}{\text{sen } 85°} = 2{,}21$ m |
| | Área | $\text{Área} = \frac{1}{2} ab \text{ sen } C$ | $\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}91 \cdot 3{,}5 \cdot \text{sen } 39° = 3{,}2 \text{ m}^2$ |

**39** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $b$ = 4,6 cm, $c$ = 3,7 cm y $B$ = 58°

**Solución:**




| Datos | Incógnitas | Fórmulas | Resolución |
|---|---|---|---|
| $b$ = 4,6 cm<br>$c$ = 3,7 cm<br>$B$ = 58° | $C$ | $\dfrac{c}{\text{sen } C} = \dfrac{b}{\text{sen } B} \Rightarrow \text{sen } C = \dfrac{c \cdot \text{sen } B}{b}$ | $\text{sen } C = \dfrac{3{,}7 \cdot \text{sen } 58°}{4{,}6} \Rightarrow C_1 = 43°\ 36''$<br>Como el ángulo suplementario de $C_1$ tiene el mismo seno, puede existir un $C_2$<br>$C_2 = 180° - 43°\ 36'' = 136°\ 59'\ 24''$ (No es válido) |
| | $A$ | $A = 180° - (B + C)$ | $A = 180° - (58° + 43°\ 36'') = 78°\ 59'\ 24''$ |
| | $a$ | $\dfrac{a}{\text{sen } A} = \dfrac{b}{\text{sen } B} \Rightarrow a = \dfrac{b \cdot \text{sen } A}{\text{sen } B}$ | $a = \dfrac{4{,}6 \cdot \text{sen } 78°\ 59'\ 24''}{\text{sen } 58°} = 5{,}32$ cm |
| | Área | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} ac \text{ sen } B$ | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} \cdot 5{,}32 \cdot 3{,}7 \cdot \text{sen } 58° = 8{,}35 \text{ cm}^2$ |

**40** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $b = 5{,}2$ m, $c = 4{,}3$ m y $C = 73°$
¿Cuántas soluciones tiene?

**Solución:**

$$\frac{5{,}2}{\text{sen } B} = \frac{4{,}3}{\text{sen } 73°} \qquad \text{sen } B = \frac{5{,}2 \cdot \text{sen } 73°}{4{,}3} = 1{,}16$$

No tiene solución porque sen $B = 1{,}16 > 1$

**La medida de cada lado ha de ser menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia !!!**

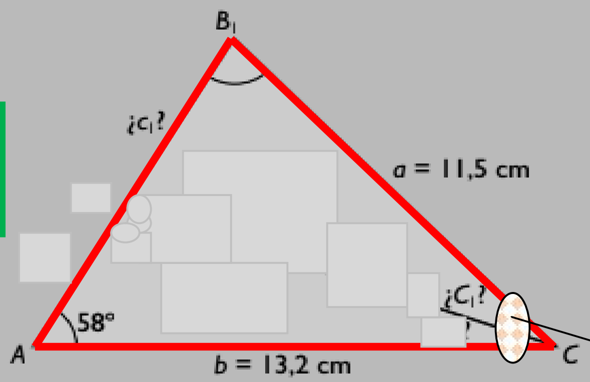
**3 cm, 4cm y 8cm (no se corresponde con los lados de un triángulo, no se puede construir)**

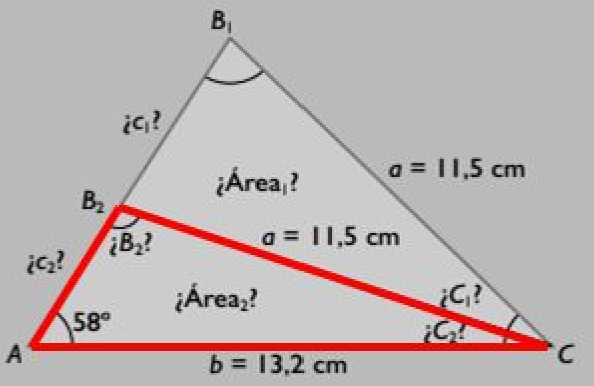
**__________________________________________________________________**

**41** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $a = 11{,}5$ cm, $b = 13{,}2$ cm y $A = 58°$

**Solución:**

$a = 11{,}5$ cm, $b = 13{,}2$ cm y $A = 58°$




El ángulo $C_1$ es el que figura como C en el dibujo.

| Datos | Incógnitas | Fórmulas | Resolución |
|---|---|---|---|
| $a = 11{,}5$ cm<br>$b = 13{,}2$ cm<br>$A = 58°$ | $B$ | $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} \Rightarrow \text{sen } B = \frac{b \cdot \text{sen } A}{a}$ | $\text{sen } B = \frac{13{,}2 \cdot \text{sen } 58°}{11{,}5} \Rightarrow B_1 = 76°\ 45'\ 29''$<br>Como el ángulo suplementario de $B_1$ tiene el mismo seno, puede existir un $B_2$<br>$B_2 = 180° - 76°\ 45'\ 29'' = 103°\ 14'\ 31''$ |
| | $C$ | $C = 180° - (A + B)$ | $C_1 = 180° - (58° + 76°\ 45'\ 29'') = 45°\ 14'\ 31''$<br>$C_2 = 180° - (58° + 103°\ 14'\ 31'') = 18°\ 45'\ 29''$ |
| | $c$ | $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{c}{\text{sen } C} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \text{sen } C}{\text{sen } A}$ | $c_1 = \frac{11{,}5 \cdot \text{sen } 45°\ 14'\ 31''}{\text{sen } 58°} = 9{,}63$ cm<br>$c_2 = \frac{11{,}5 \cdot \text{sen } 18°\ 45'\ 29''}{\text{sen } 58°} = 4{,}36$ cm |
| | Área | $\text{Área} = \frac{1}{2} ab \text{ sen } C$ | $A_1 = \frac{1}{2} \cdot 11{,}5 \cdot 13{,}2 \cdot \text{sen } 45°\ 14'\ 31'' = 53{,}9 \text{ cm}^2$<br>$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 11{,}5 \cdot 13{,}2 \cdot \text{sen } 18°\ 45'\ 29'' = 24{,}41 \text{ cm}^2$ |

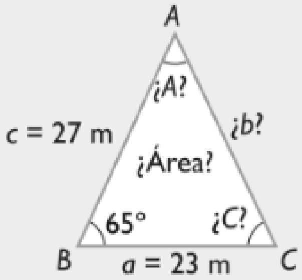
Deberes:

Ejercicios 42, 43 y 44

de la pág. 100

**10 de enero**

**42** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $a = 23$ m, $c = 27$ m y $B = 65°$




**Nota:**

**En cualquier triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.**

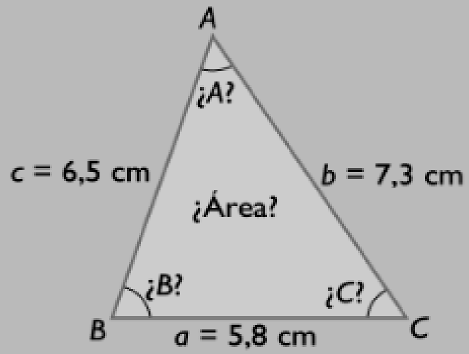
**Por tanto, el mayor de los ángulos es B.**

**Como B es agudo, todos los ángulos son agudos (primer cuadrante) y miden menos de 65º**

| Datos | Incógnitas | Fórmulas | Resolución |
|---|---|---|---|
| $a = 23$ m<br>$c = 27$ m<br>$B = 65°$ | $b$ | $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$<br>$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2ac \cos B}$ | $b = \sqrt{23^2 + 27^2 - 2 \cdot 23 \cdot 27 \cdot \cos 65°}$<br>$b = 27{,}08$ m |
| | $A$ | $\dfrac{a}{\text{sen } A} = \dfrac{b}{\text{sen } B} \Rightarrow \text{sen } A = \dfrac{a \cdot \text{sen } B}{b}$ | $\text{sen } A = \dfrac{23 \cdot \text{sen } 65°}{27{,}08} \Rightarrow A = 50°\ 19'\ 56''$ |
| | $C$ | $C = 180° - (A + B)$ | $C = 180° - (50°\ 19'\ 56'' + 65°)$<br>$C = 64°\ 40'\ 4''$ |
| | Área | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} ac \text{ sen } B$ | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} \cdot 23 \cdot 27 \cdot \text{sen } 65° = 281{,}41 \text{ m}^2$ |

**43** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $a = 5,8$ cm, $b = 7,3$ cm y $c = 6,5$ cm

**Solución:**




**Nota:**

**En cualquier triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.**

**Por tanto, el mayor de los ángulos es B.**

| Datos | Incógnitas | Fórmulas | Resolución |
|---|---|---|---|
| $a = 5,8$ cm<br>$b = 7,3$ cm<br>$c = 6,5$ cm | $A$ | $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$<br>$\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ | $\cos A = \dfrac{7,3^2 + 6,5^2 - 5,8^2}{2 \cdot 7,3 \cdot 6,5}$<br>$A = 49° \ 17' \ 15''$ |
| | $B$ | $\dfrac{a}{\text{sen } A} = \dfrac{b}{\text{sen } B} \Rightarrow \text{sen } B = \dfrac{b \cdot \text{sen } A}{a}$ | $\text{sen } B = \dfrac{7,3 \cdot \text{sen } 49° 17' 15''}{5,8}$<br>$B = 72° \ 33' \ 31''$ |
| | $C$ | $C = 180° - (A + B)$ | $C = 180° - (49° \ 17' \ 15'' + 72° \ 33' \ 31'')$<br>$C = 58° \ 9' \ 14''$ |
| | Área | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} ab \text{ sen } C$ | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} \cdot 5,8 \cdot 7,3 \cdot \text{sen } 58° \ 9' \ 14''$<br>$\text{Área} = 17,98 \text{ cm}^2$ |

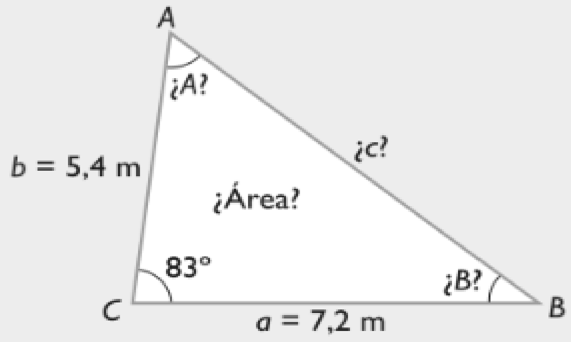
**Nota:**

**En cualquier triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.**

**Por tanto, el mayor de los ángulos es C.**

**44** Resuelve un triángulo en el que se conocen: $a = 7{,}2$ m, $b = 5{,}4$ m y $C = 83°$

**Solución:**




| Datos | Incógnitas | Fórmulas | Resolución |
|---|---|---|---|
| $a = 7{,}2$ m<br>$b = 5{,}4$ m<br>$C = 83°$ | $c$ | $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$<br>$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos C}$ | $c = \sqrt{7{,}2^2 + 5{,}4^2 - 2 \cdot 7{,}2 \cdot 5{,}4 \cdot \cos 83°}$<br>$c = 8{,}46$ m |
| | $A$ | $\dfrac{a}{\operatorname{sen} A} = \dfrac{c}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow \operatorname{sen} A = \dfrac{a \cdot \operatorname{sen} C}{c}$ | $\operatorname{sen} A = \dfrac{7{,}2 \cdot \operatorname{sen} 83°}{8{,}46} \Rightarrow A = 57°\ 38'\ 31''$ |
| | $B$ | $C = 180° - (A + C)$ | $B = 180° - (57°\ 38'\ 31'' + 83°)$<br>$B = 39°\ 21'\ 29''$ |
| | Área | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} ab \operatorname{sen} C$ | $\text{Área} = \dfrac{1}{2} \cdot 7{,}2 \cdot 5{,}4 \cdot \operatorname{sen} 83° = 19{,}3\ \text{m}^2$ |