V concurso de problemas. Curso 2007-2008

SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DEL MES DE ENERO

3º y 4º E.S.O

¿Te atreves con esto?

Partiremos de una igualdad que nadie pondrá en duda:

$$16 - 36 = 25 - 45$$

Le sumamos a cada miembro una misma cantidad:

$$16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$$

A continuación escribimos esto de otra forma:

$$4^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

Y recordando aquello de "Cuadrado de una diferencia"

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

Tendremos:

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$$

Por lo que:
4=5

Y por lo tanto

2x2=5

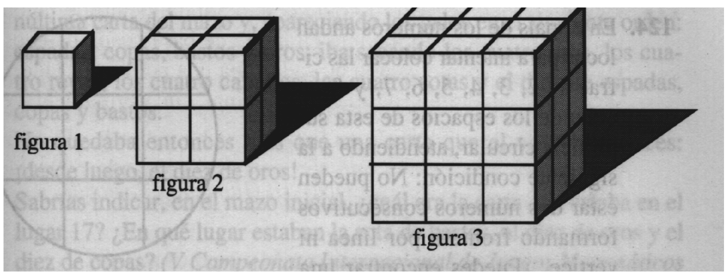
Nota: Dos números distintos elevados al cuadrado pueden dar el mismo resultado. ¿En qué casos? Siendo iguales en valor absoluto, este es el caso. Primer miembro $(-0'5)^2 = (0,5)^2$ y evidentemente -0'5 es distinto de 0'5

ESTRATEGIA

USA AUTOMATISMOS Y CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS

8. Contando cubitos

Tenemos cubitos como los de la figura 1. Los apilamos para formar un cubo de dimensiones 2x2 (fig 2) o 3x3x3 (fig 3) y por último nxnxn Basta ver una de las caras del cubito para considerar que se ve. (Así en la figura dos se verían 7)¿Cuántos cubitos no vemos en la figura 3? Manteniendo el mismo punto de vista que para las figuras 2 y 3)¿Cuántos cubitos no vemos en un cubo de dimensiones nxnxn?



Solución

Vamos a usar las mismas estrategias que la quincena anterior recuerda que aunque los problemas sean distintos las estrategias de resolución ayudan en todos.

Descomponer el problema en otros más sencillos. Y empezar por uno más fácil:

En el cubo de la figura 2, se ven 7 y no se ve 1, simplemente observando.

En el de la figura 3, se ven 19 y no se ven 8, aquí ya no es tan sencillo pero si tenéis en cuenta que:

número cubitos no se ven= Cubitos total - número cubitos se ven.

Número de cubitos que no se ven = 3^3- 19=8

Al intentar hacerlo para un mayor numero de cubitos, el problema se complica, puedo seguir intentándolo o cambiar de estrategia.

Nosotros hemos optado por lo segundo:

Si eliminamos todos los que se ven, debo eliminar la cara superior del cubo entera, la frontal y la lateral derecha; los que quedan son los que no se ven. Estos a su vez forman un nuevo cubo, pero ahora en cada arista tiene un cubo menos, así el número de cubitos os que no se ven para la pregunta del problema son:

$$(n - 1)^3$$

Si continuáramos con la otra estrategia sería:

número cubitos no se ven= Cubitos total - número cubitos se ven.

número cubitos no se ven= n^3 - (cara superior+cara lateral+frontal)

$$= n^3 - (n^2 + n(n-1) + (n-1)(n-1))$$
$$= n^3 - (n^2 + n^2 - n + n^2 - n - n + 1) =$$
$$= n^3 - 3n^2 + 3n - 1 =$$
$$(n - 1)^3$$

(Debemos tener en cuenta que los de las aristas pertenecen a dos caras)

Evidentemente el resultado es el mismo, pero mucho más laborioso.

Esto sugiere una estrategia que ya se había nombrado:

ESTRATEGIAS

1. ***EMPEZAR POR LO FÁCIL HACE FÁCIL LO DIFÍCIL.***
2. ***NO TE DESANIMES PERO TAMPOCO TE OBSESIONES DEMASIADO CON UNA SOLA IDEA.***