LÓGICA SIMBÓLICA. LÓGICA PROPOSICIONAL

1.- Expresión, oración y enunciado:

Una oración es una expresión lingüística gramaticalmente correcta que posee sentido completo. Las oraciones pueden ser, desde el punto de vista de su significado de diversos tipos: enunciativas, interrogativas, desiderativas, exclamativas, de posibilidad...

Sin embargo, la lógica simbólica sólo muestra interés por aquellas oraciones a las que se les puede atribuir valor de verdad (pueden ser verdaderas o falsas): los enunciados. Un enunciado es un segmento lingüístico que tiene sentido completo y que puede ser verdadero o falso, por ejemplo, “Hoy hay riesgo de lluvia”.

2.- Argumento o razonamiento:

Un argumento o deducción es aquel razonamiento mediante el cual de unos enunciados iniciales (llamados premisas) se deduce un enunciado final (llamado conclusión)

3.- Forma de los argumentos:

La forma de los argumentos es la estructura de éstos. Diferentes argumentos pueden poseer la misma estructura La semejanza estructural de los argumentos se pone de relieve en los esquemas formales o abstractos, que están vacíos de contenido y que reciben el nombre de formas lógicas o figuras. Desde el punto de vista lógico lo más importante es la forma o estructura de los argumentos (no sus contenidos)

Si fueras alumno de 1º c conocerías a algún Alejandro
No conoces a ningún Alejandro
Luego no eres alumno de 1º B

Si te interesara lo que digo, me escucharías
No me estás escuchando
Luego no te interesa lo que digo

En los anteriores ejemplos de argumentos, a pesar de la disparidad de los contenidos a que se refieren, encontramos la misma figura lógica, el Modus Tollens (MT), que podría expresarse de la siguiente manera: Si A, entonces B; no es el caso de B, luego no es el caso de A.

4.- La lógica formal:

La lógica formal es una ciencia abstracta que tiene por objeto el análisis formal de los argumentos, haciendo abstracción (prescindiendo) de su materia y contenido.

5.- Verdad y validez:

La verdad o falsedad se dice de los enunciados y es siempre una cuestión empírica; por el contrario, la validez formal o corrección es un atributo de los argumentos o deducciones. Un argumento es válido (o correcto) cuando de las premisas se sigue necesariamente su conclusión.

Argumento nº 1

Todos los almerienses son alumnos o profesores del Instituto Nicolás Salmerón

Todos los andaluces son almerienses

Luego todos los andaluces son alumnos o profesores del Instituto Nicolás Salmerón

Argumento nº 2

Algunos hombres son filósofos.

Sócrates es hombre.

Luego Sócrates es filósofo

Aunque parezca sorprendente a primera vista el argumento nº 1 es un argumento válido, mientras que el argumento nº 2 no lo es. (¿Sabes cual es la causa?)

La lógica no puede decidir acerca de la verdad de los enunciados. Se limita a establecer cuándo unas determinadas premisas -sean verdaderas o no- permiten extraer una determinada conclusión. Si es así, el razonamiento será válido, correcto. Si no es así, el razonamiento será inválido, incorrecto.

6.- Lenguaje natural y lenguaje artificial:

Por lengua natural (también llamado lenguaje ordinario) se entiende la lengua utilizada normalmente en una comunidad de individuos para la comunicación de éstos entre sí. El lenguaje natural se caracteriza por su enorme capacidad y riqueza comunicativa, es flexible, permite jugar con las palabras y con las expresiones produciendo metáforas y ambiguedades. Otras veces pueden expresarse incluso paradojas como la que se produce cuando digo “soy un mentiroso” o “no llevo nada”.

De todo lo anterior se deduce que si bien el lenguaje natural es un instrumento idóneo para ciertos propósitos, no es igualmente apropiado para otros menesteres como la ciencia, en que se desea un máximo de exactitud y precisión.

Consideraciones como las anteriores han empujado a la construcción de lenguas artificiales para ciertos propósitos, lenguas en las que sea posible operar con exactitud y eficacia.

7.- El lenguaje formal

Hoy día la lógica cuenta con un sistema de símbolos especialmente inventado y construido para lograr precisión y operatividad. La lógica se expresa, pues, en un lenguaje artificial. El lenguaje de la lógica es, además, un lenguaje formal.

Un lenguaje formal es un lenguaje artificial que:

a) está construido eligiendo arbitrariamente ciertos símbolos y reglas.

b) En él se prescinde del significado.

c) Se atiende exclusivamente a los símbolos y a las reglas establecidas.

La lógica, como las matemáticas, es un lenguaje formal.

8.- Categorías de un lenguaje formal

Un lenguaje formal debe constar de tres tipos de categorías:

a) una tabla de símbolos formales: equivalente del alfabeto en los lenguajes naturales

b) una relación de reglas de formación de fórmulas: las gramáticas de los lenguajes naturales

c) reglas de transformación de fórmulas, que permiten pasar de unas expresiones a otras.

9.- Tabla de símbolos formales:

a)símbolos lógicos

símbolo	nombre	se lee	sentido
$\neg$	negador	no	si p es verdadera, entonces $\neg$p es falsa; y a la inversa
$\wedge$	coyuntor	y	si p es verdadera y q también, entonces p $\wedge$ q es verdadera; en los demás casos p $\wedge$ q es falsa.
$\vee$	disyuntor	o	si p es falsa y q es falsa, entonces p $\vee$ q es falsa; en los demás casos p $\vee$ q es verdadera.
$\rightarrow$	condicional	si... entonces	si p es verdadera y q falsa, entonces p $\rightarrow$ q es falsa; en los demás casos p $\rightarrow$ q es verdadera.
$\leftrightarrow$	bicondicional	si y sólo si	si p es verdadera y q es verdadera, entonces p $\leftrightarrow$ q es verdadera; lo mismo que si p es falso y q es falso. En los demás casos, p $\leftrightarrow$ q es falso.

b) símbolos no lógicos: letras enunciativas
p,q,r,s,t... p_1,p_2,p_3...

c) símbolos auxiliares: paréntesis. Seguiremos las siguientes reglas:

1. suprimir paréntesis exteriores: escribiremos $p \to q$ en lugar de $(p \to q)$.

2. Omitir paréntesis internos en el caso de reiteración de conjunciones o disyunciones; escribiremos:

$p \lor q \lor r \lor s$ en lugar de $(p \lor q) \lor (r \lor s)$

$p \land q \land r \land s$ en lugar de $(p \land q) \land (r \land s)$

3. Otorgar preponderancia al condicional y al bicondicional sobre el coyuntor y el disyuntor.

En el caso de encontrarnos con $p \land q \to r \lor s$, entenderemos $\underline{p \land q} \to \underline{r \lor s}$ en lugar de $\underline{p} \land \underline{q \to r \lor s}$ ó $\underline{p \land q \to r} \lor \underline{s}$

4. Siempre que haya duda, es mejor colocarlos.

10.- Reglas de formación de fórmulas

Una fórmula o expresión está bien formada si se atiene a las siguientes reglas:

1. una letra enunciativa es una fórmula bien formada.
2. Si p es una fórmula bien formada, $\neg p$ también lo es
3. Si p y q son fórmulas bien formadas, entonces también lo son $p \land q$, $p \lor q$, $p \to q$ y $p \leftrightarrow q$.

11. Tipos de deducción

La deducción es uno de los procedimientos posibles para demostrar la validez de un razonamiento. (el otro procedimiento consiste en las tablas de verdad). La deducción puede ser de dos tipos: directa e indirecta

a) directa: la conclusión se obtiene a partir de las premisas que se nos dan por la aplicación de una o varias reglas de inferencia:

1. $p \to q$
2. $q \to r$
3. p
4. ? r
5. | p R_3
6. | $p \to q$ R_1
7. | q $MP_{5,6}$
8. | $q \to r$ R_2
9. | r $MP_{7,8}$

b) Indirecta o reducción al absurdo: se intenta cuando no da resultado la deducción directa. El procedimiento a seguir consiste en los siguientes pasos:

1. Se supone la falsedad de la conclusión.
2. Se obtiene a partir de este supuesto una contradicción.
3. Se rechaza, en vistas de semejante resultado, dicho supuesto.
4. Se afirma, como consecuencia de ello, la conclusión deseada:

1. $p \rightarrow q$
2. $q \rightarrow r$
3. p
4. ? r
5. | $\neg r$ R. absurdo
6. | $q \rightarrow r$ R_2
7. | $\neg q$ $MT_{5,6}$
8. | $p \rightarrow q$ R_1
9. | $\neg p$ $MT_{7,8}$
10. p R_3

12.- Tipos de supuestos en la deducción

En cualquier deducción podemos encontrarnos supuestos iniciales o premisas y supuestos provisionales. Éstos últimos sirven momentáneamente de apoyo en el curso de la deducción y deben ser cancelados antes de que se extraiga la conclusión, pues de otro modo quedaría ésta condicionada por ellos.

13.- Reglas básicas de cálculo:

nombre de la regla	abreviatura	regla
repetición	R	$\dfrac{p}{p}$
Modus ponens	MP	$\dfrac{\begin{array}{c} p \to q \\ p \end{array}}{q}$
Modus tollens	MT	$\dfrac{\begin{array}{c} p \to q \\ \neg q \end{array}}{\neg p}$
Doble negación	DN	$\dfrac{\neg\neg p}{p}$ $\dfrac{p}{\neg\neg p}$
Introducción de la conjunción	IC	$\dfrac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{p \wedge q}$
Eliminación de la conjunción	EC	$\dfrac{p \wedge q}{p}$ $\dfrac{p \wedge q}{q}$
Introducción de la disyunción	ID	$\dfrac{p}{p \vee q}$ $\dfrac{p}{q \vee p}$
Eliminación de la disyunción	ED	$\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \end{array}}{q}$ $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg q \end{array}}{p}$
Introducción del bicondicional	IB	$\dfrac{\begin{array}{c} p \to q \\ q \to p \end{array}}{p \leftrightarrow q}$
Eliminación del bicondicional	EB	$\dfrac{p \leftrightarrow q}{\begin{array}{c} p \to q \\ q \to p \end{array}}$

14.- Tablas de verdad:

Son el resultado de representar todas las posibilidades de asignar valores a las letras enunciativas y ver lo que ocurre en cada una de ellas. Sirven para saber si una fórmula es consecuencia lógica de otra, aunque es un procedimiento muy engorroso.

Para hallar la tabla de verdad de cualquier fórmula se recorren los siguientes pasos:

1. Se asignan valores de verdad a las variables proposicionales (letras enunciativas) que aparecen en tal fórmula. Hemos de tener en cuenta que el número de combinaciones posibles siempre es 2^n, en donde "n" es el número de letras enunciativas y 2 el número de valores de verdad (verdadero y falso).

2. Se resuelven las fórmulas cuya conectiva es menos dominante.

3. Se resuelve la fórmula completa, es decir aquella que depende del conector dominante.

Ejemplo : $q \rightarrow (\neg p \vee r)$

q	**p**	**r**	**$\neg p$**	**$\neg p \vee r$**	**$q \rightarrow (\neg p \vee r)$**
v	v	v	f	v	v
v	v	f	f	f	f
v	f	v	v	v	v
v	f	f	v	v	v
f	v	v	f	v	v
f	v	f	f	f	v
f	f	v	v	v	v
f	f	f	v	v	v

El resultado de una tabla de verdad puede ser una tautología, una contradicción o una indeterminación.

Una tautología es una fórmula que es siempre verdadera, sean cuales sean los valores de verdad de las proposiciones que la integran (En la última columna todos los valores son "v")

Una contradicción es una fórmula que es siempre falsa, sean cuales sean los valores de verdad de las proposiciones que la integran (En la última columna todos los valores son "F")

Indeterminada es una fórmula que puede ser verdadera o falsa, según qué valores de verdad correspondan a las proposiciones que la integran.

15.- Consejos prácticos para deducir :

Cuando deducimos, lo que hacemos es utilizar las reglas de transformación de fórmulas para comprobar la validez de un razonamiento. El procedimiento a seguir depende de cada caso:

a) Preguntarse por un condicional:

1. se afirma el antecedente.

2. Se interroga el consecuente y cuando lo encontremos, tachamos (damos por demostrados) ambos interrogantes.

b) Preguntarse por una conjunción:

1. se interroga un miembro de la conjunción.

2. Se interroga el otro miembro.

3. Cuando ambos interrogantes estén tachados, se introduce la conjunción.

c) Preguntarse por un bicondicional:

1. se interroga un sentido del bicondicional.
2. Se interroga el otro sentido.
3. Cuando ambos interrogantes estén tachados, se introduce el bicondicionador.

d) Preguntarse por una disyunción:

1. Se interroga la parte que más nos interese.

2. Se introduce el disyuntor, una vez tachada la interrogación.

16..- La simbolización:

Simbolizar un lenguaje es una operación consistente en sustituir -traducir- los signos de ese lenguaje por símbolos.
Para simbolizar utilizaremos las siguientes reglas:

1. Cada uno de los enunciados simples del lenguaje natural se sustituirá por variables proposicionales, es decir, por letras enunciativas. Por ejemplo: “Margarita lloraba con el rostro oculto entre las manos”: p

2.- Las expresiones del lenguaje natural tales como “no”, “no es cierto”, “no es el caso que”, “es falso”, “no es posible”, etc..., se sustituirán por el símbolo “ $\neg$ ”. Por ejemplo: “No la volví a ver más”: $\neg p$; “No es verdad que no te conozca”: $\neg\neg p$

3. Las expresiones del lenguaje natural tales como “y”, “ni”, “pero”, “que”, “e”, “mas”, etc..., se sustituirán por el símbolo “$\wedge$”. Por ejemplo: “no puedo prohibirlo ni puedo tolerarlo”: $\neg p \wedge \neg q$; “Llegó, vio y venció”: $p \wedge q \wedge r$; “No es cierto que me escuches y no hables”: $\neg(p \wedge \neg q)$.
4. Las expresiones del lenguaje natural tales como “o”; “o esto, o lo otro”; “ bien esto, bien lo otro”; “ya esto, ya lo otro”, etc..., se sustituirán por el símbolo “$\vee$”. Por ejemplo: “o cierras la puerta o pillaré un resfriado”: $p \vee q$; “o te callas o no te escucho”: $p \vee \neg q$.

5. Las expresiones del lenguaje natural tales como “si... entonces”; “...luego...”; “...por lo tanto...”; “...en consecuencia...”; “...se infiere...”; “...se deduce...”, etc..., se sustituirán por el símbolo “$\rightarrow$”. Por ejemplo: “Si *Joaquín se levanta a la hora de siempre*, llegará tarde”: $p \rightarrow q$; “si me invitan, iré”: $p \rightarrow q$

6. Las expresiones del lenguaje natural tales como “... si y sólo si...”; “...equivale a...”; “...es igual a...”; “...vale por...”, etc..., se sustituirán por el símbolo “$\leftrightarrow$”. Por ejemplo: “Un pueblo es democrático si y sólo si hay elecciones libres”: $p \leftrightarrow q$; “sólo en el supuesto de que te haya secuestrado tu novia en la segunda planta, y lo puedas demostrar, podrás entrar tarde a clase”: $(p \wedge q) \leftrightarrow r$; “Podrás entrar a formar parte de 1º B sólo si no posees alguna enfermedad infecto-contagiosa y tienes un excelente sentido del humor”: $p \leftrightarrow (\neg q \wedge r)$